Prácticas del capítulo II.1

Índice

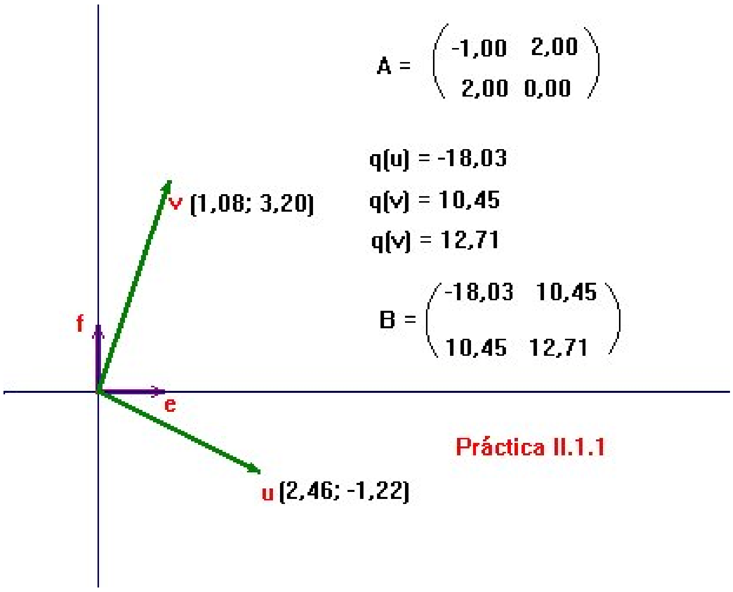
§1 Matrices congruentes

§2 Rectas totalmente isotrópicas

§3 Clasificación de involuciones en una recta

Práctica II.1.1

Matrices congruentes

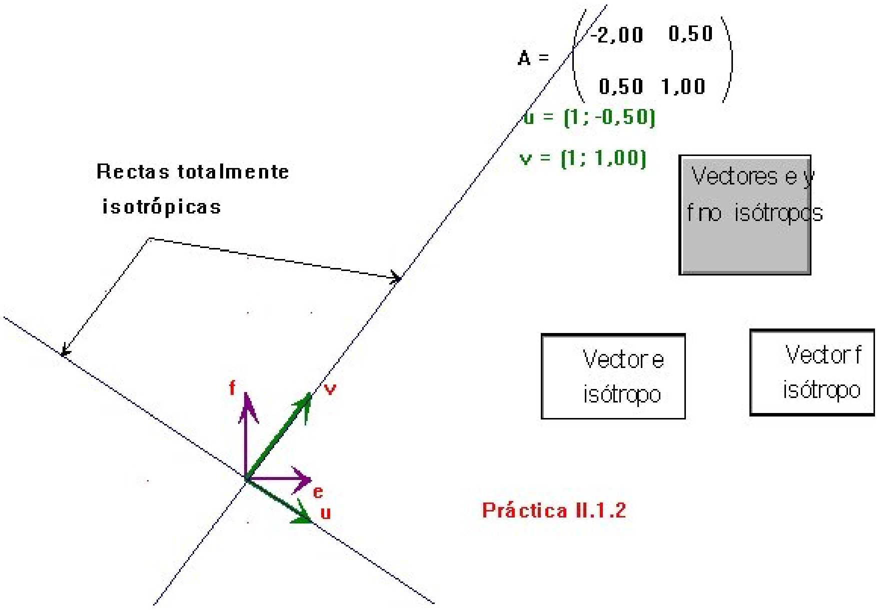


Enunciado De una forma cuadrática q en $\mathbb{R}^2$ se conoce su matriz A respecto de la base canónica $\{e, f\}$. Hállese la matriz B de q en la base $\{u, v\}$.

Indicaciones No se precisan indicaciones.

Práctica II.1.2

Rectas totalmente isotrópicas

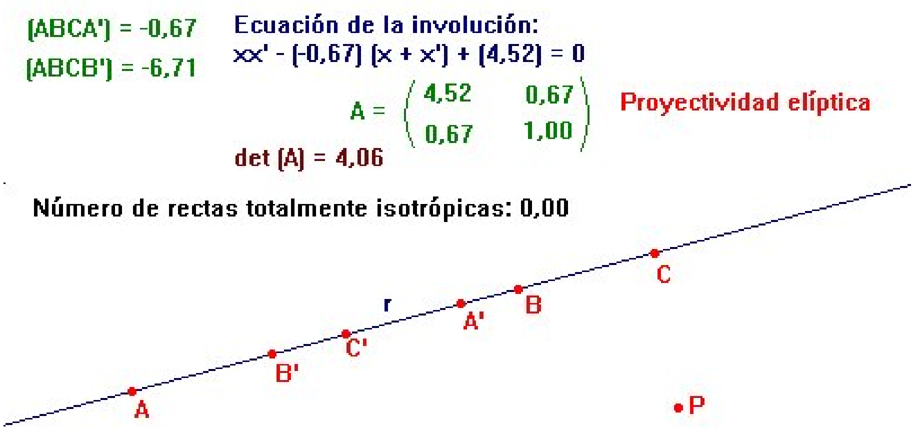


Enunciado De una forma cuadrática q que hace de $\mathbb{R}^2$ un plano hiperbólico se da la matriz A respecto de la base canónica. Trácense las rectas totalmente isotrópicas cuya existencia asegura el lema II.1.2.

Indicaciones El método de cálculo del par hiperbólico que se vio en los apuntes depende de si los vectores e y f de la base original son isótropos o no. Por eso conviene realizar los cálculos en cada caso y usar los botones de la versión II Plus de CABRI para que se oculten o se muestren las rectas deseadas. En versiones anteriores del programa no existe esta funcionalidad, por lo que el resultado se afeará un poco al aparecer mensajes de *No existente* en el espacio de trabajo.

Práctica II.1.3

Clasificación de involuciones en una recta



Práctica II.1.3

Enunciado De una involución σ en una recta r se conocen las imágenes A' y B' de dos puntos distintos y no unidos A y B. Obténganse los siguientes resultados:

i) La ecuación general de σ.

ii) La matriz A de la forma cuadrática q de $\mathbb{R}^2$ inducida por σ.

iii) El número de rectas totalmente isotrópicas de q.

iv) La clasificación de σ.

Indicaciones Usando la macro de la práctica I.4.5 pueden obtenerse las razones dobles $(ABCA') = \alpha$ y $(ABCB') = \beta$ con C cualquier punto de r que haga las veces de punto unidad en un sistema $\{A, B; C\}$. Ahora de σ se sabe que tiene a α por punto límite y que aplica el punto de abscisa 0 (el B) en el de abscisa β. Teniendo en cuenta que se trata de una involución de ecuación general

$$\lambda xx' + \mu(x + x') + \zeta = 0,$$

ya hay suficientes datos para calcular los coeficientes.

Como se vio en los apuntes, la matriz de la forma cuadrática inducida por σ tendrá la forma

$$A = \begin{pmatrix} \zeta & \mu \\ \mu & \lambda \end{pmatrix}.$$

Para una forma cuadrática de este tipo solo hay dos opciones, o tiene dos rectas totalmente isotrópicas o no tiene ninguna (razónese el por qué). Esta afirmación depende del signo del determinante de A.

En la resolución de la parte iv) se ha utilizado la siguiente artimaña. Colóquese cualquier punto P que no pertenezca a r y hállese su imagen P' por la homotecia de centro C y razón γ, donde γ es el número de rectas totalmente isotrópicas de q (el cual coincide con el número de puntos dobles de σ). Si $\gamma \neq 0$, esta imagen homotética caerá fuera de r, mientras que $P' \in r$ si $\gamma = 0$. Aplíquese la propiedad *Pertenece?* de CABRI al punto P' y a la recta r y modifíquese adecuadamente el texto para que exhiba *proyectividad hiperbólica* o *proyectividad elíptica*, según el caso.